

引文格式:包小华,程子龙,陈湘生,等.物理信息神经网络在岩土工程中应用分析[J].安徽理工大学学报(自然科学版),2025,45(5):95-108.

DOI:10.3969/j.issn.1672-1098.2025.05.008

物理信息神经网络在岩土工程中应用分析

包小华¹,程子龙²,陈湘生^{1*},李廷喆²

(1.深圳大学土木与交通工程学院,广东 深圳 518060;2.安徽理工大学土木建筑学院,安徽 淮南 232001)

摘要:目的 为验证物理信息神经网络(PINN)在无网格条件下的计算可行性,明确其在复杂岩土工程力学问题中的适用性,为智能岩土计算方法提供理论与实践参考,系统开展 PINN 在岩土工程场景的应用研究。方法 首先阐述 PINN 的核心原理,即以深度神经网络逼近偏微分方程(PDE)未知解,通过自动微分技术精确计算各阶偏导数,构建融合数据约束与物理定律的复合损失函数,经优化获取满足物理规律的连续近似解;随后以岩土工程典型问题为对象设计三类算例(双层土质重力坝稳定性分析、弹性土体堆载力学响应预测、一维饱和土固结过程模拟),对比 PINN 与有限元法(FEM)、解析解的计算结果,并探究激活函数(tanh、Relu)与网络结构对 PINN 性能的影响。结果 PINN 在三类算例中均能有效预测岩土体的位移场、应力场及超静孔隙水压力场:重力坝分析中,PINN 与 FEM 结果趋势一致,且边界区域位移、应力分布更平滑,展现出无网格方法的优势;堆载模拟可准确捕捉加载区域的位移衰减与应力集中特征;一维固结预测与解析解整体吻合度高,能反映孔隙水压力消散的时空演化规律;超参数分析显示,Relu 激活函数较 tanh 更利于刻画非均匀材料力学行为,网络容量不足会导致精度瓶颈。结论 PINN 可突破传统数值方法的网格依赖,在岩土工程复杂力学问题求解中具备有效性与灵活性,为岩土工程智能化计算提供新路径。

关键词:物理信息神经网络;岩土工程;机器学习

中图分类号:TU43 文献标志码:A 文章编号:1672-1098(2025)05-0095-14

Application Analysis of Physics-Informed Neural Networks in Geotechnical Engineering

BAO Xiaohua¹, CHENG Zilong², CHEN Xiangsheng^{1*}, LI Yanzhe²

(1.College of Civil and Transportation Engineering, Shenzhen University, Shenzhen Guangdong 518060, China; 2.School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan Anhui 232001, China)

Abstract: **Objective** To verify the computational feasibility of Physics-Informed Neural Networks (PINN) under mesh-free conditions, clarify its applicability in complex geotechnical engineering mechanics problems, and provide theoretical and practical references for intelligent geotechnical computing methods, systematic application research of PINN in geotechnical engineering scenarios is carried out. **Methods** First, this study reviews the theoretical basis and algorithmic framework of PINN, and then conducts verification through three typical case studies: For the plane strain analysis of a double-layer earth-fill gravity dam, results show that PINN exhibits good consistency with the finite element method (FEM) in predicting displacement and stress distribution. Meanwhile, it demonstrates advantages in depicting boundary smoothness and stress concentration

收稿日期:2025-09-08

*通讯作者:陈湘生(1956-),男,湖南湘潭人,教授,博士,研究方向:隧道及地下工程研究。

作者简介:包小华(1983-),女,安徽宿州人,教授,博士,研究方向:土动与地震工程、地下结构抗震与韧性评估等。

zones. For the prediction of soil mechanical responses under surcharge loading, PINN can effectively capture the laws of vertical displacement attenuation and stress concentration, showing sensitivity to boundary effects and local peaks. For the one-dimensional consolidation problem, PINN successfully reproduces the evolutionary characteristics of pore water pressure dissipation over time. **Results** Comprehensive comparison results indicate that in geotechnical engineering numerical simulations, PINN not only can approximate the results of traditional methods but also has certain advantages in handling complex boundary conditions, heterogeneous materials, and parameter inversion problems. The analysis showed that the ReLU activation function is more conducive to describing the mechanical behaviors of heterogeneous materials compared with tanh, and insufficient network capacity will lead to an accuracy bottleneck. **Conclusion** The research content provides preliminary verification and methodological support for the popularization and application of PINN in geotechnical engineering.

Key words: Physics-Informed Neural Networks; geotechnical engineering; machine learning

近年来,随着人工智能和深度学习技术的迅猛发展,物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINN)作为一种新兴的计算范式,为解决偏微分方程提供了一种全新的思路^[1]。PINN 的核心思想是将 PDE 的未知解函数参数转化为一个深度神经网络,并利用自动微分(Automatic Differentiation, AD)技术,以机器精度高效地计算神经网络输出相对于其输入的各阶偏导数^[2]。这些导数与神经网络的输出共同被代入到物理定律(PDEs)、初始条件和边界条件中,构建出一个包含数据与物理约束的复合损失函数。通过最小化此损失函数, PINN 能够在无须网格剖分的情况下,学习到一个既能拟合已知观测数据又严格遵循物理定律的连续、可微的近似解^[3]。

由于 PINN 的无网格特性、处理高维问题的潜力以及在正问题和反问题求解中的灵活性,其已被广泛应用于传统工程物理问题^[4]、社会科学及交通领域^[5]以及生命科学与医学等方面^[6]。尽管物理信息神经网络(PINN)在广泛的科学和工程领域已显示出强大的应用前景,其在岩土工程,特别是结构复杂力学行为分析中的系统性应用与验证,仍处于相对初步的探索阶段。目前基于 PINN 在岩土工程中的应用已有许多学者展开研究:在土体力学与地基工程中,用于膨胀土耦合行为建模^[7]、承载力预测^[8]及固结问题^[9];在地下结构与隧道工程中,用于地表沉降预测^[10]和隧道衬砌荷载估算^[11];在边坡与地质灾害中,用于三维边坡稳定性与可靠度分析^[12];在地下流体与渗流中,用于多孔介质尺度计算^[13]、油气储层建模^[14]及钻探温度预测^[15];在管道与抗震工程中,用于埋地管道非线性分析^[16]以及地震场地

响应模拟^[17];此外, PINN 还在岩土参数反演^[18]与数值计算框架^[19]研究中展现出重要潜力,并在最新综述中被总结为 AI 增强的岩土力学发展方向之一^[20]。然而当前研究多集中于简化模型或特定物理现象的初步尝试。例如,在地下水渗流方面, HUANG 等^[21]提出了一种基于 PINN 的无网格方法,通过将自由面渗流问题转化为固定边界问题进行迭代求解,该方法有效摆脱了对网格质量的依赖,并在网格扭曲的情况下展现了优于有限元法(FEM)的计算精度与稳定性。YANG 等^[22]则针对非饱和渗流分析中土水特征曲线(SWCC)选择的难题,提出了一个集合学习框架,利用 PINN 从有限的现场测量中自适应地反演 SWCC,为边坡水力行为的预测提供了新思路。在土体固结领域, XIE 等^[23]引入 PINN 来解决高压缩性软土在时变排水边界下的大应变非线性固结问题,该方法能够处理复杂的材料与几何非线性问题。WANG 等^[24]则开发了 PINN 模型用于二维土体固结的正向与反向分析,证明了其能够从有限的测量数据中有效识别未知控制参数,乃至发现预制竖井排水管(PVD)周围水平渗透性的非线性衰减规律。在隧道工程中, PINN 同样展现了其应用潜力。SHEN 等^[25]将隧道节段衬砌的隆起行为物理上建模为 Winkler 地基上的 Timoshenko 梁,并利用 PINN 求解其控制微分方程,从而在不依赖经验数据的情况下预测了盾构隧道施工过程中的衬砌隆起。而 SHEN 等^[26]以滇中引水工程隧道发生的流量过程为研究对象,建立了地下水流动的数学模型,推导了突水事件期间流量的解析解,并利用 PINN 进行了求解。

目前岩土方向的研究多基于均质土、规则边界

等理想化假设, 难以匹配实际岩土的各向异性、应力路径依赖性等复杂特性, 且多场耦合求解瓶颈突出、验证多依赖模拟数据而缺乏现场实测支撑、模型物理可解释性不足, 需突破这些问题才能实现从初步探索到规模化工程应用的跨越。以为智能岩土计算方法提供理论与实践参考为目的, 本文通过算例对比分析, 验证 PINN 在无网格条件下的可行性, 说明其在复杂工程力学问题应用中的可行性和适用性。

1 PINN 算法

物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINN)作为一种融合了深度学习与物理定律的新型计算方法, 其核心思想在于将偏微分方程(PDE)的求解问题转化为一个深度神经网络的优化问题。这一过程的成功实现依赖于三大关键技术的协同工作: 首先, 利用神经网络强大的函数逼近能力来构建 PDE 的连续代理模型; 其次, 借助自动微分技术精确计算物理残差, 将物理定律编码为可优化目标; 最后, 通过构造一个包含数据与物理双重约束的复合损失函数, 指导网络参数的优化。最终实现偏微分方程的精确求解。

1.1 神经网络基础

传统数值方法包括: 有限差分法(FDM)、有限元法(FEM), 其核心在于将连续的求解域离散化为一系列网格或单元, 然后在这些离散点上近似求解方程^[27]。这种方法的精度和效率在很大程度上受限于网格的质量和密度, 对于高维问题或具有复杂几何边界的问题, 生成高质量的网格本身就是一个巨大的挑战, 即所谓的“维度灾难”^[28]。

PINN 的提出从根本上绕开了对空间网格的依赖, 其基本出发点是将 PDE 的未知解函数, 记为 $u(x, t)$ (其中 x 为空间坐标向量, t 为时间坐标), 直接参数化为一个深度神经网络。这个网络记为 $u_{NN}(x, t; \theta)$, 其中 θ 代表网络中所有可训练的参数(权重和偏置)^[29]。这个神经网络通常采用结构简单但表达能力强大的前馈神经网络(Forward Neural Network, FNN), 也称为多层感知机(Multi-Layer Perceptron, MLP)^[30]。网络的输入是时空坐标 (x, y) , 经过一系

列隐藏层的非线性变换后, 输出待求解的物理量 u , 其结构如图 1 所示。

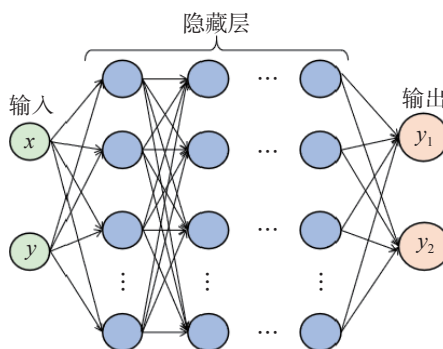


图 1 FNN 结构图

这一做法的理论依托于万能逼近定理(Universal Approximation Theorem, UAT)。该定理指出, 一个包含足够多神经元的单隐藏层前馈网络, 只要其激活函数是“挤压”且非多项式的(如 Sigmoid 或 tanh), 可以任意精度逼近定义在紧集上的任何连续函数^[31-32]。后续研究进一步将此结论应用到更广泛的激活函数和网络结构中^[33]。在 PINN 的语境下, UAT 保证了只要神经网络的容量(深度和宽度)足够大, 理论上它就具备了表达任意复杂 PDE 解的能力。这种将解表示为连续、可微的解析函数形式的方法, 是对传统离散化思想的一次范式革新, 为处理不规则域和高维问题提供了新的可能性。

在具体实现中, 网络架构的选择对 PINN 的性能至关重要。虽然 ReLU 及其变体在计算机视觉领域大获成功, 但在 PINN 的应用中, 由于需要计算解的高阶导数以构建 PDE 残差, 因此要求激活函数自身是高阶连续可微的。诸如双曲正切函数(tanh)或 Relu 函数等更为平滑的激活函数被证明在实践中表现更优。有研究系统地比较了不同激活函数对 PINN 收敛性和精度的影响, 发现周期性激活函数(如 sin)在处理具有周期性特征的解时能取得更好的效果^[34]。此外, 网络的初始化方法、深度、宽度等超参数也显著影响训练过程的稳定性和最终解的质量^[35]。早期的探索性工作, 如 Lagaris 等人于 1998 年提出的方法, 已经奠定了利用神经网络和配点法求解微分方程的基础^[36], 而 Dissanayake 和 Phan-Thien 在 1994 年也做出了相似的尝试, 这些开创性工作共同构成了现代 PINN 方法的历史前身。

1.2 自动微分

将神经网络 $u_{NN}(x, t; \theta)$ 确立为解的代理后, 核心问题是如何验证它是否满足给定的物理定律。物理定律通常以 PDE 的形式给出, 一个一般的非线性 PDE 可以描述为: 一个关于 u 及其各种偏导数的函数 F 等于 0。用公式表示为

$$F(u, \partial u / \partial t, \nabla u, \nabla^2 u, \dots) = 0 \quad (1)$$

式中, u 为待求解的未知物理场(如位移、应力、孔隙水压力等); $\partial u / \partial t$ 为 u 对时间的一阶偏导数(描述场的时间演化); ∇u 为 u 的梯度(描述场的空间变化率, 如位移梯度、压力梯度); $\nabla^2 u$ 为 u 的拉普拉斯算子(二阶空间导数, 描述场的扩散、波动等特性); $F(\cdot)$ 为包含物理规律的算子(如动量守恒、质量守恒、能量守恒等定律的数学映射)。这个方程需要在求解域内的所有点 (x, t) 上都成立。

为了将这一定律整合进神经网络的训练框架, 需要计算 u_{NN} 关于其输入(时空坐标)的各阶偏导数。自动微分(Automatic Differentiation, AD)在此扮演了至关重要的角色。与会导致表达式爆炸的符号微分^[37]或引入误差的数值微分^[38]不同, AD 能够基于链式法则, 以机器精度精确地计算出任何由基本运算构成的复杂函数的导数值^[39]。现代深度学习框架(如 TensorFlow^[40]和 PyTorch^[41])的核心就是高效的 AD 引擎。

在 PINN 中, 利用 AD 精确计算神经网络输出 u_{NN} 对其输入 x 和 t 的各种偏导数。然后, 将 u_{NN} 和这些计算出的导数代入到物理方程中, 构造出一个物理残差函数, 记为 $f(x, t; \theta)$ 。其定义如下

$$f(x, t; \theta) = F(u_{NN}, \partial u_{NN} / \partial t, \nabla u_{NN}, \dots) \quad (2)$$

式中, $f(x, t; \theta)$ 为 PINN 的目标函数(损失函数), 依赖于空间坐标 x 、时间 t 和网络参数 θ ; u_{NN} 为神经网络预测的物理场(如位移、应力等); $\partial u_{NN} / \partial t$ 为网络预测场对时间的偏导数; ∇u_{NN} 为网络预测场的梯度(空间一阶导数); 用于嵌入控制方程(如平衡方程、守恒定律等), 确保网络预测满足潜在物理规律。其中, $\partial u_{NN} / \partial t$ 等导数项均由 AD 精确算出。这个残差函数 f 的值, 衡量了神经网络的解在时空点 (x, t) 上对物理定律的违背程度。如果 f 在某点

等于 0, 说明网络的解在该点完美满足物理定律。

获得了物理残差函数 f 之后, 最后一步便是构建一个能够驱动神经网络参数 θ 向着正确解收敛的优化目标, 即损失函数。一个 PDE 的适定性问题, 除了需要满足控制方程, 还必须满足给定的初始条件(ICs)和边界条件(BCs)。因此, PINN 的损失函数是一个复合损失函数, 它巧妙地将这两类约束融合在了一起。

1.3 损失函数

总损失函数记为 $L(\theta)$, 公式如下

$$L(\theta) = L_{\text{data}}(\theta) + L_{\text{pde}}(\theta) \quad (3)$$

式中, $L(\theta)$ 为 PINN 的总损失, 依赖网络参数 θ ; $L_{\text{data}}(\theta)$: 数据损失(数据驱动项), 通常为网络预测值与实测/模拟数据(如位移、应力观测值)的误差(如 MSE、MAE), 确保模型贴合真实数据; $L_{\text{pde}}(\theta)$: PDE 损失(物理约束项), 为网络预测场满足控制方程(如平衡方程、渗流方程)的残差误差, 确保模型输出符合潜在物理规律。

在实践中, 通常会为不同部分的损失分配权重 ω_{data} 和 ω_{pde} , 以平衡它们在训练过程中的贡献。

$$L(\theta) = \omega_{\text{data}} L_{\text{data}}(\theta) + \omega_{\text{pde}} L_{\text{pde}}(\theta) \quad (4)$$

这些权重的选择是 PINN 研究的一个核心挑战, 因为不当的权重可能导致训练失败^[42]。为此, 研究者们提出了多种自适应加权策略, 例如基于梯度范数动态调整权重、引入不确定性加权^[43]或利用神经正切核(NTK)理论来分析和平衡不同损失项的收敛速度^[44]。

最终, 通过诸如 Adam 或 L-BFGS 等梯度下降优化算法, 对总损失函数 $L(\theta)$ 进行最小化。这个优化过程的终点就是一个参数配置 θ^* 的最优化, 使对应的神经网络 $u_{NN}(x, t; \theta^*)$ 不仅能拟合已知数据, 更使其函数内部的控制方程所符合物理规律。

2 算例分析

2.1 案例一: 重力坝计算分析

重力坝作为重要的水利基础设施, 其在复杂荷载作用下的结构稳定性与长期安全运行是岩土工

程领域持续关注的核心问题^[45]。这类大型结构物, 在自重、水压、温度变化及地震荷载等多种复杂因素的综合影响下, 其内部的应力场与位移场分布特性, 以及与地基相互作用的力学机制, 对其服役寿命长短和在工程中的可靠性至关重要^[46]。传统上, 重力坝的力学响应分析主要依赖于经典的数值方法, 如有限元法(FEM)和有限差分法(FDM)^[47-48]。然而, 在处理复杂几何边界、非均质材料、多尺度问题或高维情境时, 传统方法在网格生成、计算效率和精度方面面临严峻挑战, 尤其在涉及精细局部响应时, 可能遭遇“网格畸变敏感性”和“维度灾难”等瓶颈^[49-50]。

为了验证 PINN 算法在重力坝结构中的计算应用, 本文将应用与求解一个二维平面应变问题: 一个由两种不同材料构成的双层土质重力坝在自重作用下的力学响应。该方法旨在通过深度学习技术, 在无需传统网格剖分的情况下, 预测结构内部的位移场和应力场。采用线弹性模型表征土体强度, 并考虑了地应力的存在。模型左右边界设置为法向约束, 下边界为固端约束, 上边界及斜坡为自由面。其结构尺寸及材料属性如图 2 所示。

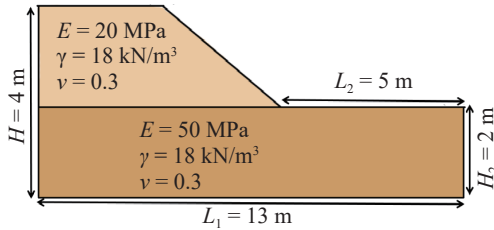


图 2 重力坝结构图

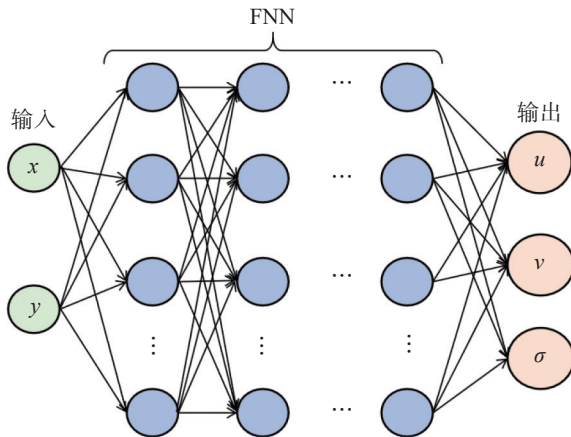


图 3 PINN 计算过程图

1) 控制方程及边界条件 重力坝平面的平面空间假设为弹性, 每一点均满足弹性力学平衡控制方程, 同时满足几何方程及物理方程

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y) \\ \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \\ \sigma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (5)$$

对于边界条件满足左右边界水平位移及剪应力为 0, 顶部为自由面, 剪应力及法相应力为 0, 底部视为不可移动平面其竖向位移及剪应力为 0, 公式为

$$\begin{cases} \sigma_{xy} = u_y = 0 \text{ (底部边界)} \\ u_x = \sigma_{xy} = 0 \text{ (左右边界)} \\ \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0 \text{ (顶部)} \end{cases} \quad (6)$$

其中总损失函数包含两项分别为 PDE 损失及边界损失, 具体表现为

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{\text{total}} = \mathcal{L}_{\text{PDE}} + \mathcal{L}_{\text{BC}} \\ \mathcal{L}_{\text{PDE}} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - f(x, y) \right)^2 \\ \mathcal{L}_{\text{BC}} = \sum_{\text{boundary points}} (u(x, y) - u_{\text{BC}})^2 \end{cases} \quad (7)$$

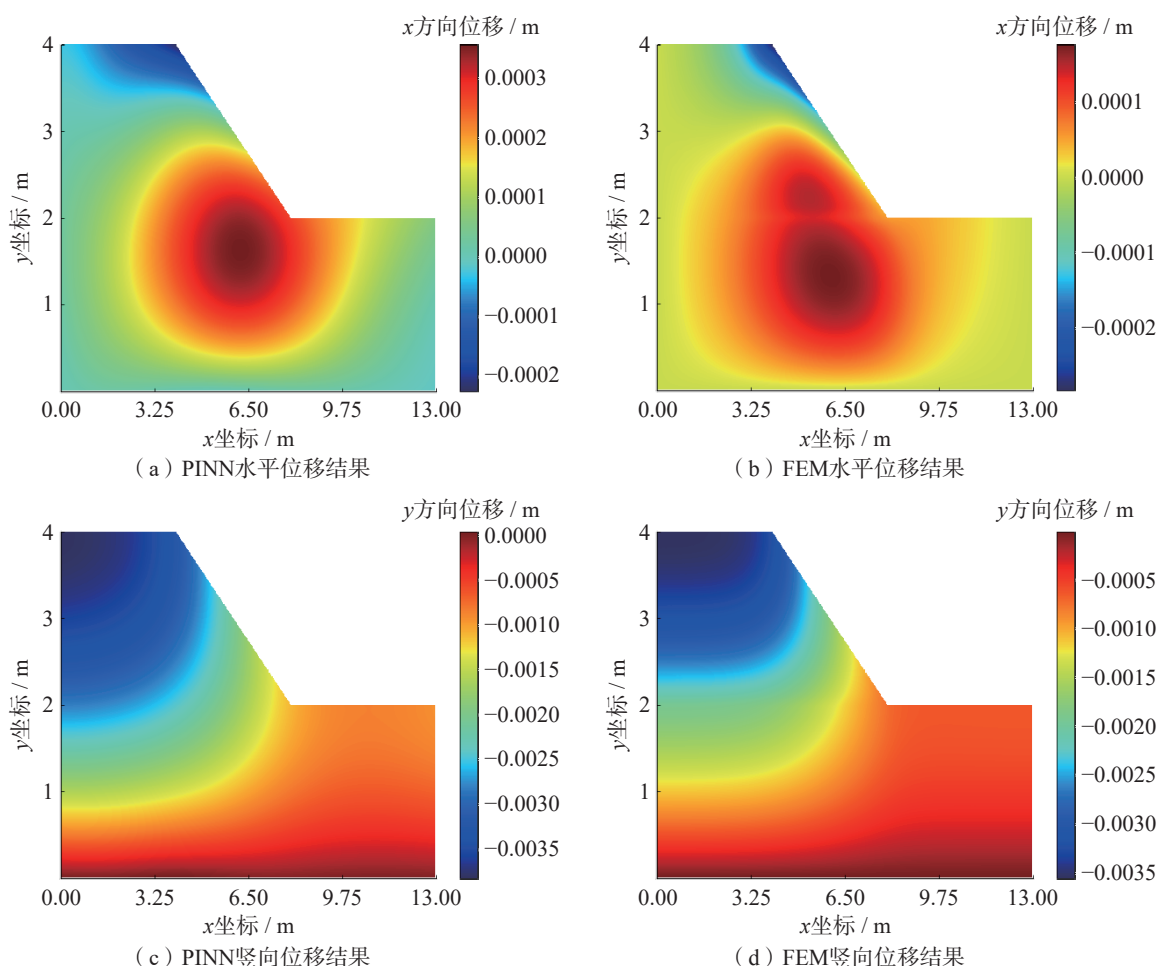
即首先构建点坐标 x, y 为输入值, 重力坝的位移应变及应力为前馈神经网络 FNN 的输出值, 并以此得到控制方程解的近似; 其次在控制方程的主控方程、和边界条件取一定量的残差点, 此得到损失函数的具体表达式; 最后采用梯度优化算法计算该损失函数最小值, 具体计算过程如图 3 所示。

2)结果分析 在本次数值求解过程中,神经网络架构与数据点设置如下:神经网络隐藏层个数为 3 层,每个隐藏层包含 50 个神经元,且每层均配置 1 个 $\tanh$ 激活函数与 1 个偏置项;计算域上的残差点数目为 2 450 个,边界上的残差点数目为 240 个,同时采用 Adam 优化器进行迭代求解,迭代步数设为 2 000 步。

图 4 为 PINN 方法与有限元方法(FEM)在双层土重力坝稳定性分析中的对比结果。对于位移分布:两种方法中的位移分布表现出类似的趋势,但数值上存在一定差异。PINN 结果的位移值相对较大,尤其是在坝体边界处。与 FEM 结果相比,PINN 方法表现出较为平滑的变化,而 FEM 在某些区域(如坝体边缘)可能表现出更为细致的局部变动。这种差异由于两种方法在数值求解的精度、网格划分(FEM)与无网格方法(PINN)上的差异导致的。

对于应力分布对比显示,PINN 和 FEM 的应力分布具有类似的趋势,尤其是在坝体的中心和边缘区域。表现出相对较平稳的变化,特别是在 σ_{xx} 和 σ_{yy} 的分布上,由于 PINN 的解法依赖于通过神经网络学习控制方程,而 FEM 则依赖于有限元网格和离散化过程。然而,PINN 在一些细节上表现出了更强的拟合能力(如应力集中区域),这可能是由于 PINN 在处理非线性和复杂边界条件时的优势。

总体而言,PINN 与 FEM 方法给出了类似的结果,表明 PINN 能够有效地模拟双层土重力坝的稳定性问题。然而,在某些细节上,尤其是在边界区域,PINN 展现出了更好的平滑性和拟合能力,这得益于其无需依赖网格划分的特性。同时,FEM 的结果通常表现得更为离散,尤其是在复杂几何形状或边界条件的处理上。PINN 在求解这类问题时展示了较强的灵活性和高效性,尤其适用于不规则区域和复杂边界条件的模拟。



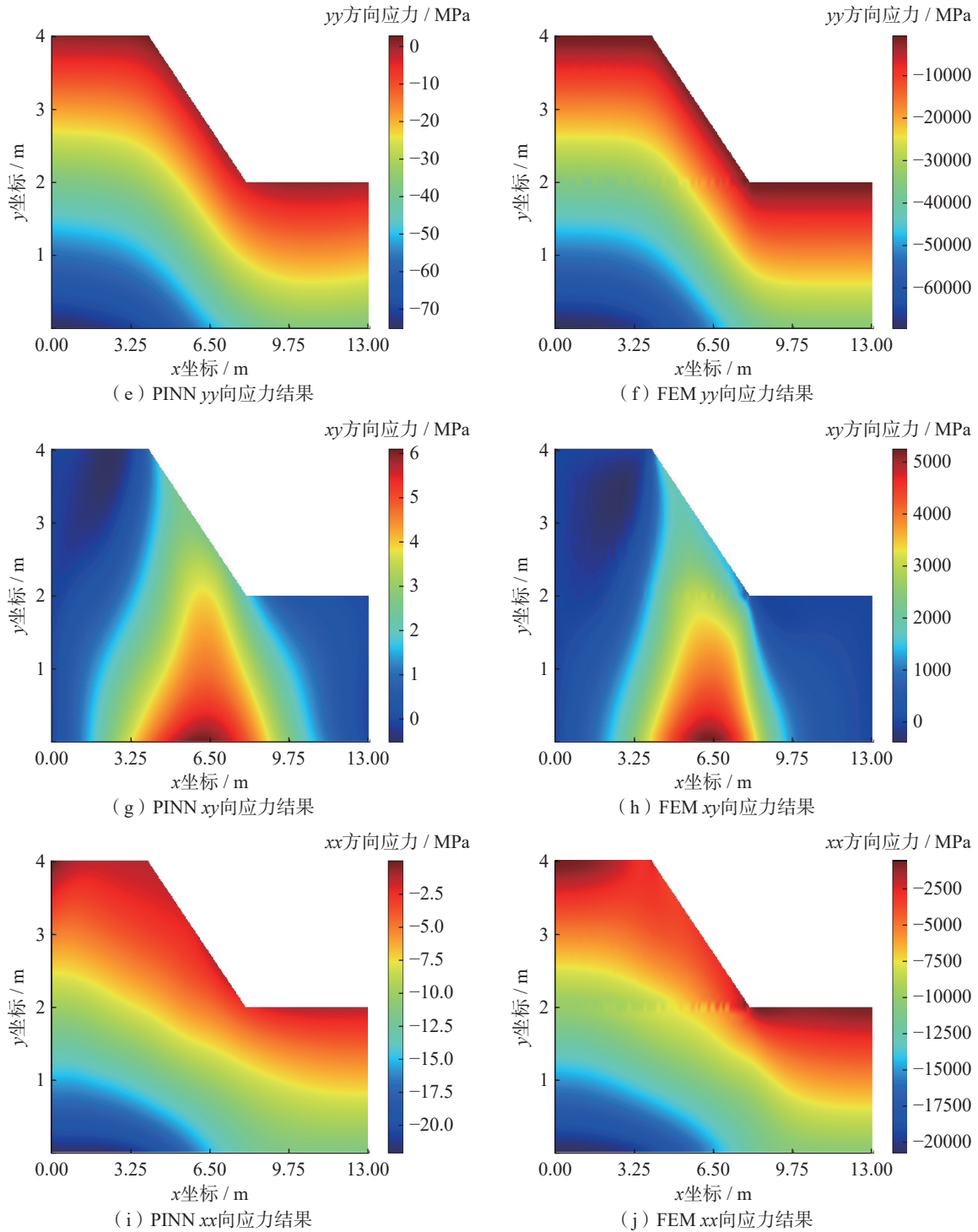


图4 计算结果对比图

2.2 案例二: 堆载分析

1) 工况说明 本案例具体如图5所示。土体的弹性模量 $E = 15 \text{ MPa}$ 、泊松比 $\nu = 0.3$; 边界条件为底部边界($y = 0$)固定约束, 左右边界限制水平位移且切应力为 0, 顶部边界在 $x \in [2, 3]$ 区域施加

-0.5 MPa 的竖向载荷, 且整个模型切应力为 0。通过位移场的一阶偏导数推导应变场, 结合胡克定律得到应力场, 最终以应力场散度残差的 MSE (loss_pde_x , loss_pde_y) 约束模型符合物理规律; 通过预测值与约束值的损失将边界条件融入总损失。

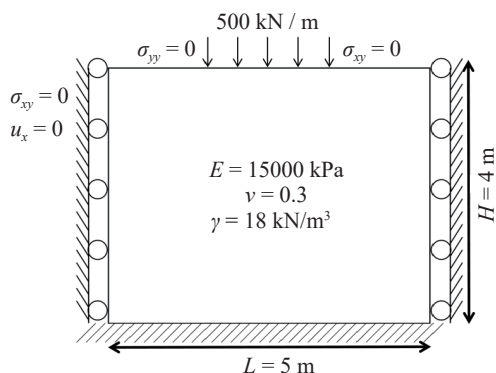


图 5 计算示意图

以二维坐标 (x, y) 为输入、二维位移 (u, σ) 为输出, 包含 5 个隐藏层, 所有隐藏层使用 Tanh 激活函数, 输出层无激活函数直接回归位移; 训练过程中对加载区域加密采样以提升精度如图 6 所示, 神经网络采用全连接结构如图 7 所示。采用 Adam 优化器(初始学习率 0.001)搭配 CosineAnnealingLR 学习率调度器, 结合早停机制, 总损失为控制方程损失与边界损失之和, 训练完成后输出位移场、应力场的可视化结果及数据文件, 实现弹性体力学响应的预测。

2) 结果分析 计算结果如图 8 所示, 由图 8 可知, 位移场呈现出明显的加载行为: 竖向位移在顶部加载区域达到最大值, 并向场地内部逐渐衰减; 而水平方向的位移整体幅值较小, 仅在边界附近有轻微变化。应力分量方面, σ_{yy} 在加载区域附近表现出较大的集中现象, 而 σ_{xx} 的分布相对平缓, 但在边界处仍可见局部突变。整体来看, 位移和应力的分布都与加载边及边界条件密切相关, 尤其在受力突变

或约束不连续的位置, 更容易出现局部峰值和不均匀性。

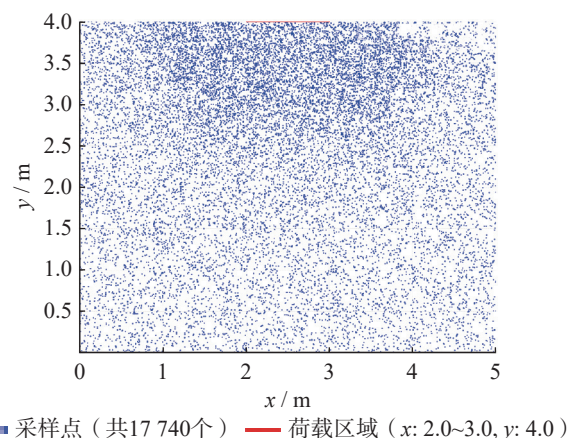


图 6 散点分布图

2.3 案例三: 一维固结分析

1) 工况说明 本节研究一维饱和土在上下双向排水条件下的固结问题。设空间坐标为 $z \in [0, H]$, 时间变量为 $t \geq 0$, 未知量为超静孔隙水压力 $P(z, t)$ 。控制方程为一维固结方程

$$dP/dt = c_v * d^2P/dz^2 \quad (8)$$

其中 c_v 为固结系数, 在固结开始时, 土层内部的超静孔隙水压力分布假设为均匀分布, 即在 $t = 0$ 时刻, 整个土层范围内的孔隙水压力均为初始 P_0 。层的上下边界均为排水边界, 孔隙水压力在边界处始终保持为 0。这意味着在固结过程中, 孔隙水可以从上下边界自由排出。

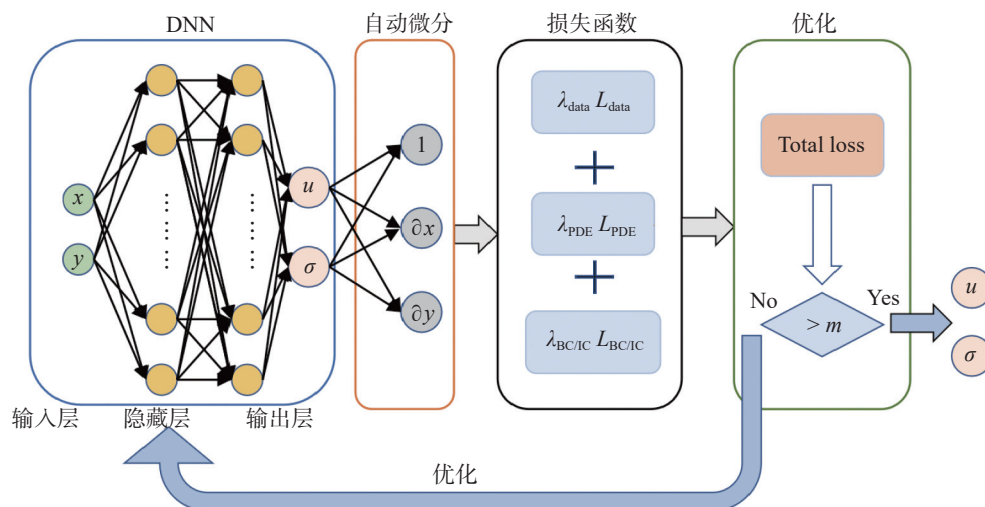


图 7 神经网络结构图

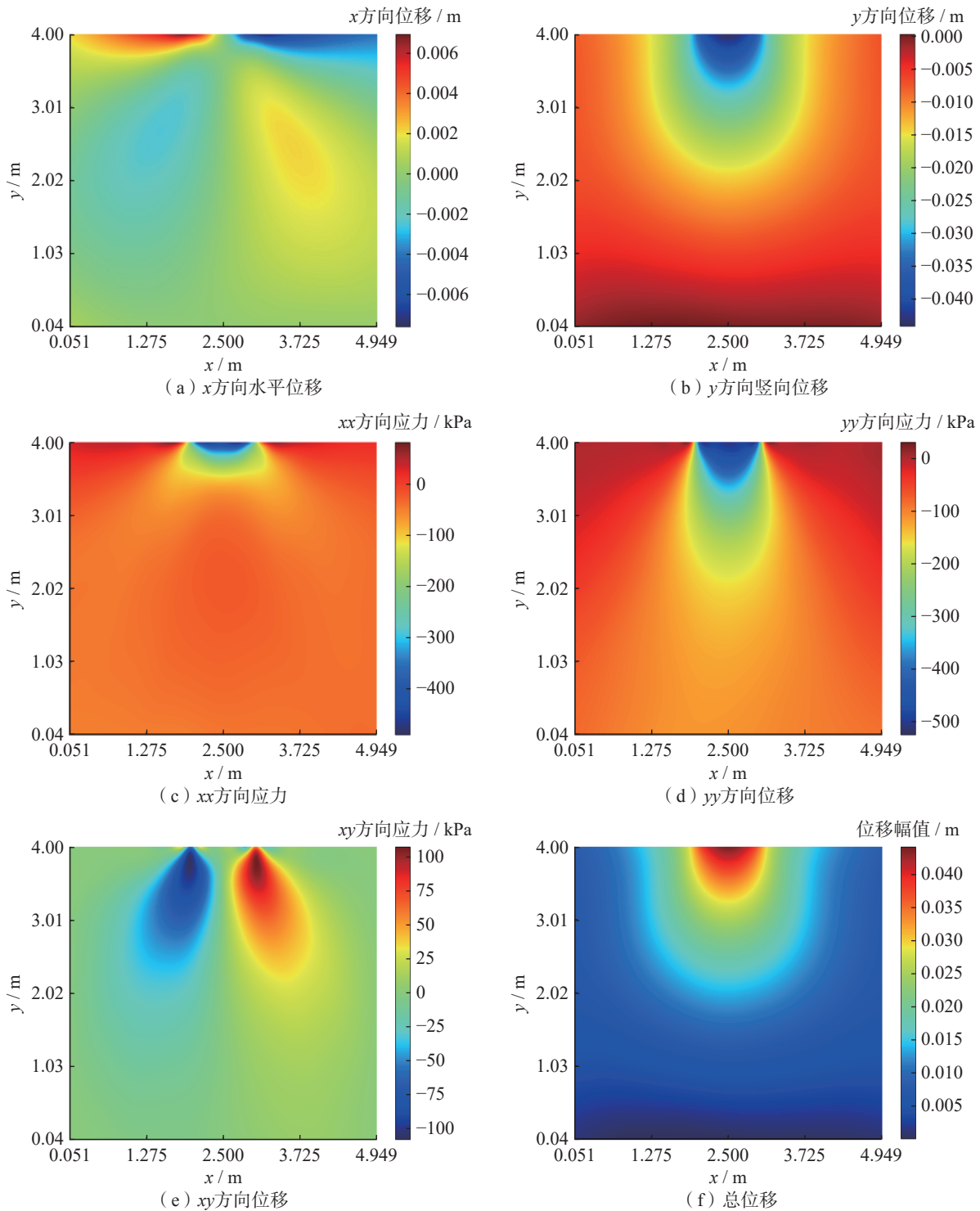


图 8 计算结果图

本文采用物理信息神经网络的基本思想是用深度神经网络 $P(z, t; \theta)$ 来近似孔隙水压力场, 并在训练过程中引入控制方程的物理约束, 使预测解既符合观测数据, 又满足物理规律。网络的输入为空间坐标 z 与时间变量 t , 输出为预测孔隙水压力 $P(z, t)$; 隐含层采用 10 层, 每层 20 个神经元, 激活

函数为双曲正切 $\tanh$ 函数, 网络结构如图 9 所示。

2) 结果分析 由图 10 可知, PINN 模型预测解与解析解在整体趋势上高度一致: 随着时间 t 的推进, 孔隙水压力 P 在整个土层中逐渐消散, 从初始均匀分布逐渐降低至接近 0, 并且边界处压力最先消散, 中部区域随后逐步衰减, 符合一维固结理论的物理

规律。具体而言,在初期阶段,预测解相较解析解在中部区域的压力衰减略显滞后,表现为模型对快速消散过程的拟合不足;在中期阶段,预测结果与解析解高度吻合,等时线分布几乎重合,说明 PINN 框架较好地捕捉到了固结的主要演化特征;而在后期阶段,模型预测的压力场整体略高于解析解,表现为消散速度稍慢,显示出一定的误差累积。产生这些差异的原因可能在于训练点分布不足以覆盖

初期的快速变化区间,或损失函数在物理残差与数据项权重的平衡上存在偏差,使得模型更关注整体趋势而牺牲了早期与长期的局部精度。总体而言,尽管在极端时间段存在一定偏差,PINN 模型仍能够较为准确地反映孔隙水压力的时空演化规律,并成功实现对固结问题的数值预测与物理一致性验证,证明了该方法在参数反演与压力场预测方面的有效性与可行性。

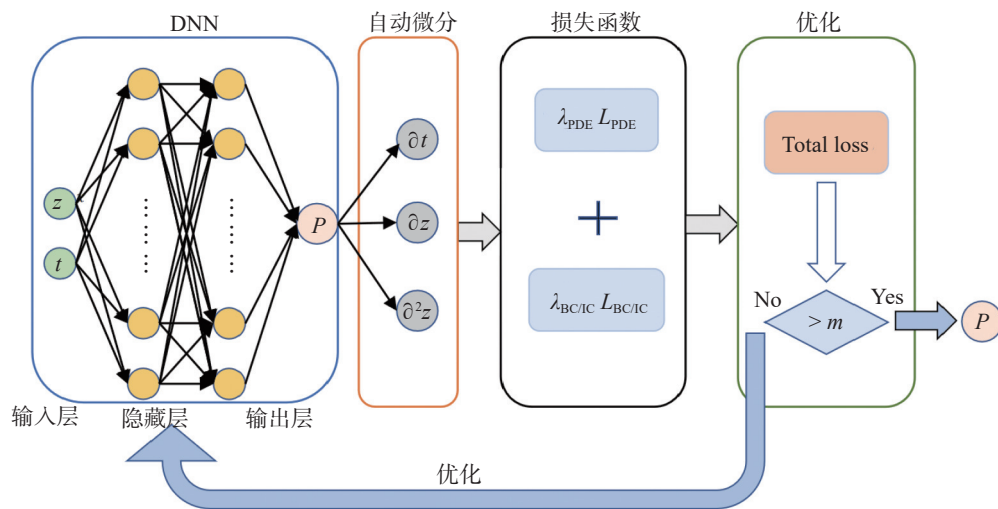


图9 一维固结神经网络结构图

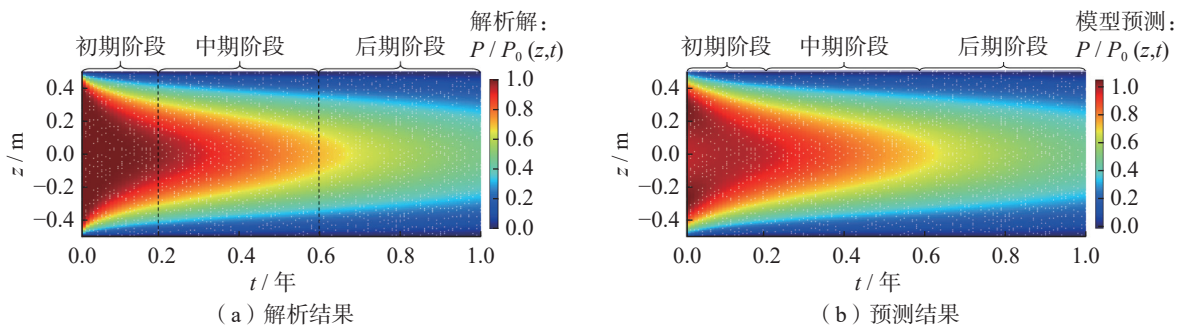


图10 结果对比图

3 超参数分析

3.1 不同激活函数

本节选取了不同激活函数探究其对损失函数的影响,结果见图11。 $\tanh$ 激活函数的损失曲线表现为快速收敛后进入平台期,前 200 个 epoch 内总损失、PDE 残差损失与边界条件损失即快速下降并趋

于重合,说明模型能快速满足基础物理约束,这与 $\tanh$ 函数输出范围受限 $[-1,1]$ 、深层梯度传递能力较弱有关,导致模型难以捕捉强非线性物理特征。

Relu 激活函数的损失曲线则呈现多阶段收敛特征:前期(1 ~ 500 epoch)损失快速下降,中期(500 ~ 1 500 epoch)伴随小幅震荡,后期(1 500 epoch 后)缓慢收敛至更低值。这种趋势表明模型在持续优化物理约束的平衡,尤其 PDE 残差损失的下降幅度更

大。这得益于 Relu 函数在负区间保留的微弱梯度(避免梯度消失)和正区间的平滑非线性,使其能更好地刻画非均匀材料的力学行为。

综合来看, tanh 适合快速验证模型框架合理性,但在复杂物理场中易丢失细节; Relu 通过更优的梯度特性,在保证收敛稳定性的同时,能更精准复现高梯度区域的物理特征,更适合该非均匀材料的力学仿真场景。

3.2 不同网络结构

本节改变了神经网络的结构,减少了神经元和层数和原结构做对比,其对比结果见图 12。从轻量型 PINN 的训练损失曲线来看,模型训练呈现 3 个阶段特征:一是 0 ~ 200 Epoch 快速下降期, PDE 损失与总损失迅速俯冲, BC 损失短暂攀升后回落,显

示简化网络能快速捕捉基础物理约束;二是 200 ~ 500 Epoch 震荡收敛期,所有损失小幅波动,反映有限神经元在平衡 PDE 约束与边界条件时的挣扎;三是 500 Epoch 后进入平台稳定期,损失停滞表明网络容量已触达瓶颈。这种特性体现了轻量模型的双重性:优势在于训练效率高, 500 Epoch 内即可收敛,且对边界条件的基础兼容性良好,适合快速验证算法框架或简单物理场定性分析;劣势则是精度天花板低,无法突破简化结构限制拟合复杂物理特征(如应力梯度、材料非线性),需警惕“虚假收敛”风险。因此,轻量模型仅适用于定性分析或简单线性问题,若用于定量仿真必须通过测试集验证,必要时可通过更换激活函数、增加训练轮次或引入物理先验正则化提升性能,而复杂工程场景则需升级网络结构。

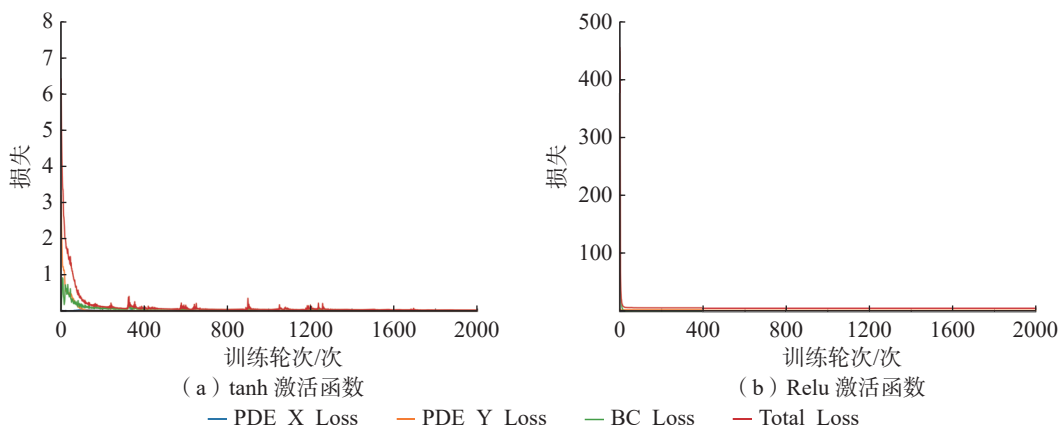


图 11 改变激活函数

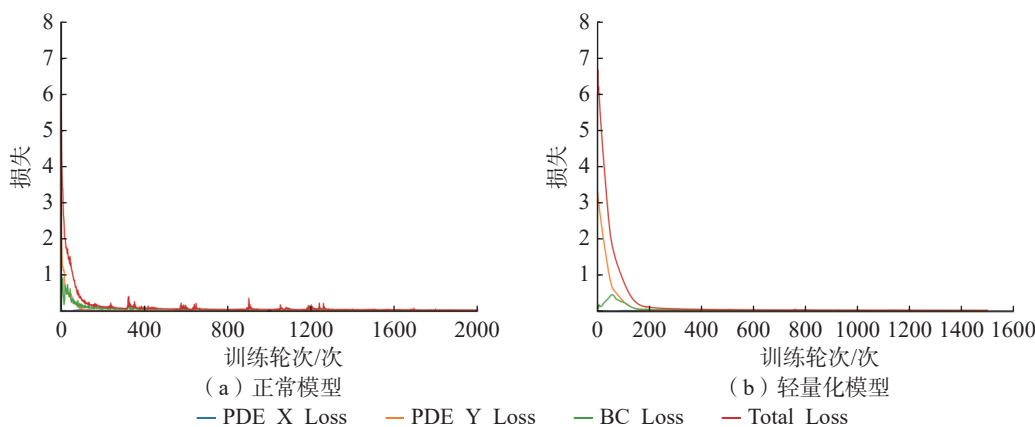


图 12 计算结果图

4 结论与展望

本文围绕 PINN 在岩土工程中的应用展开研究,

体现在三方面:其一,明确了 PINN 在无网格岩土力学计算中的可行性与适用性,通过重力坝、堆载、一维固结三典型算例验证, PINN 无需网格剖分

即可实现岩土体位移场、应力场及超静孔隙水压力场的连续求解,且在复杂边界(如重力坝斜坡)、非均质材料(双层土)场景中,既能保持与传统 FEM、解析解的趋势一致性,又能避免网格畸变导致的精度损失,解决了传统数值方法在不规则域、高梯度区域计算中的瓶颈问题。其二,补充与发展了 PINN 在岩土工程领域的应用边界,针对现有研究多基于均质土、规则边界等简化假设的局限,本文通过非均质重力坝、局部加载堆载等算例,证实 PINN 可刻画非均质材料力学响应与局部应力集中特征,且通过超参数分析明确 Relu 激活函数与合理网络结构对提升计算精度的作用,为 PINN 在岩土工程中的参数设置提供参考。其三,兼具理论与实用价值,理论上,本文进一步验证了万能逼近定理在岩土 PDE 求解中的有效性,拓展了 PINN 的工程应用场景;实用上, PINN 的无网格特性可简化复杂岩土工程的前处理流程(如无需网格生成),其对有限数据的拟合能力(如堆载加密采样提升精度)也为现场实测数据稀缺场景提供了新的计算思路,为智能岩土计算的工程化落地奠定基础。

本文研究仍存在以下不足之处:一是 PINN 复合损失函数的权重平衡问题尚未完全解决,现有研究采用固定权重或简单自适应策略,在强非线性岩土问题(如大应变固结、弹塑性变形)中易出现物理约束与数据拟合的失衡,导致计算精度波动;二是现场实测数据验证不足,算例多依赖数值模拟数据(如 FEM 结果)或解析解对比,缺乏实际工程现场的位移、应力实测数据支撑,难以充分验证 PINN 在真实复杂地质条件下的可靠性;三是多场耦合问题求解能力待提升,岩土工程中常见的渗流-应力-温度多场耦合问题,尚未纳入本文研究范畴, PINN 在多物理场耦合方程中的残差构建与收敛性控制仍需突破。针对上述不足,后续研究可从以下三方面推进:首先,深入研究基于梯度范数、不确定性量化或神经正切核(NTK)的自适应损失权重策略,结合岩土材料本构特性优化损失函数构建逻辑;其次,开展 PINN 与现场监测数据的融合研究,通过实际工程案例(如隧道施工监测、边坡变形监测)验证模型实用性,并建立“实测数据-模型修正-预测反馈”的闭环框架;最后,拓展 PINN 在多场耦合岩土

问题中的应用,探索多物理场残差的协同优化方法,进一步提升其对复杂岩土工程问题的求解能力,推动 PINN 从理论验证走向规模化工程应用。

参考文献:

- [1] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686–707.
- [2] BAYDIN A G, PEARLMUTTER B A, RADUL A A, et al. Automatic differentiation in machine learning: a survey[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2018, 18(153): 1–43.
- [3] LU L, MENG X, MAO Z, et al. DeepXDE: A deep learning library for solving differential equations and their inverse problems[J]. *SIAM Review*, 2021, 63(3): 647–671.
- [4] BARARNIA H, ESMAEILPOUR M. On the application of physics informed neural networks (PINN) to solve boundary layer thermal-fluid problems[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2022, 132: 105890.
- [5] PAN R, XIAO F, SHEN M. ro-PINN: A reduced order physics-informed neural network for solving the macroscopic model of pedestrian flows[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2024, 163: 104658.
- [6] ZHANG Z, WEI Y, RAO X, et al. Electroencephalographic biomarker-guided early detection of Alzheimer's disease via cortically subdivided neurodynamic PINN. *Expert Systems with Applications*, 2026, 297: 129353.
- [7] LI K Q, ZHANG H, WU Y, et al. A PINN-based modelling approach for hydromechanical behaviour of unsaturated expansive soils[J]. *Computers and Geotechnics*, 2024, 169: 106174.
- [8] AL-ATROUSH M E. A deep learning physics-informed neural network (PINN) for predicting drilled shaft axial capacity. *Applied Computing and Geosciences*, 2025, 26: 100246.
- [9] GONG W, LI X, ZHANG Z, et al. Prediction of stratified ground consolidation via a physics-informed neural network utilizing short-term excess pore water pressure

- monitoring data[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2025, 40(2): 147–165.
- [10] ZHANG Z, LI H, WANG G, et al. Physics-informed deep learning method for predicting tunnelling-induced ground deformations[J]. *Acta Geotechnica*, 2023, 18(9): 4 957–4 972.
- [11] WANG G, LI H, ZHANG Z, et al. Estimation of load for tunnel lining in elastic soil using physics-informed neural network[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2024, 39(17): 2 701–2 718.
- [12] ZHANG Z, WANG G, LI H, et al. Physics-guided neural network-based framework for 3D modeling of slope stability[J]. *Computers and Geotechnics*, 2024, 176: 106801.
- [13] ELMORSY M, EL-DAKHAKHNI W, ZHAO B. Rapid permeability upscaling of digital porous media via physics-informed neural networks[J]. *Water Resources Research*, 2023, 59(12): e2023WR035064.
- [14] POTHANA P, LING K. Physics-integrated neural networks for improved mineral volumes and porosity estimation from geophysical well logs[J]. *Energy Geoscience*, 2025, 6(2): 100410.
- [15] XIE J, WANG L, ZHAO Y, et al. Real-time prediction of wellbore temperatures in deep shale gas drilling using a combination of PINN and heat transfer models[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2025, 279: 127984.
- [16] TARAGHI P, LI Y, ADEEB S. Application of physics-informed neural networks for nonlinear analysis of buried steel pipelines to support pipe reinforcement against ground movement[J]. *Computers and Geotechnics*, 2025, 186: 107389.
- [17] LIU C, MACEDO J, RODRIGUEZ A. Leveraging physics-informed neural networks in geotechnical earthquake engineering: An assessment on seismic site response analyses[J]. *Computers and Geotechnics*, 2025, 182: 107137.
- [18] ITO S, FUKUNAGA R, SAKO K. Inverse analysis for estimating geotechnical parameters using physics-informed neural networks[J]. *Soils and Foundations*, 2024, 64(6): 101533.
- [19] CHEN X, ZHANG P, YIN Z. Physics-informed neural network solver for numerical analysis in geoenvironment[J]. *Georisk*, 2024, 18(1): 33–51.
- [20] LIU H, ZHANG Y, WANG G, et al. State-of-the-art review on the use of AI-enhanced computational mechanics in geotechnical engineering[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2024, 57(8): 196.
- [21] HUANG Z, XUE B, LI M, et al. A novel meshless method for solving steady seepage problems with free surface based on physics-informed neural networks[J]. *Computers and Geotechnics*, 2025, 186: 107348.
- [22] YANG H, SHI C, ZHANG L, et al. Ensemble learning of soil–water characteristic curve for unsaturated seepage using physics-informed neural networks[J]. *Soils and Foundations*, 2025, 65(1): 101556.
- [23] XIE S, HU A, MARIANI S, et al. PINN-based approach to the nonlinear large-strain consolidation under time-dependent drainage boundary[J]. *Acta Geotechnica*, 2025; <https://doi.org/10.1007/s11440-025-02729-1>.
- [24] WANG Y, SHI C, SHI J, et al. Data-driven forward and inverse analysis of two-dimensional soil consolidation using physics-informed neural network[J]. *Acta Geotechnica*, 2024, 19: 8 051–8 069.
- [25] SHEN S, WU H, ZHOU A. Physics-informed neural network modelling of uplift behaviour of segmental linings during shield tunnelling[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2025; <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2025.08.001>.
- [26] SHEN Q, YANG H, ZHOU Z, et al. Simulation and parameter identification of water inrush in tunnel construction using physics-informed neural networks[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2025, 84: 370.
- [27] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L, ZHU J Z. The finite element method: Its basis and fundamentals[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013: 11–48.
- [28] BELLMAN R. Adaptive control processes: A guided tour[M]. Princeton: Princeton University Press, 1961.
- [29] GOODFELLOW I, BENGIO Y, COURVILLE A. Deep learning[M]. Cambridge: MIT Press, 2016: 305–307.
- [30] CYBENKO G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function[J]. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 1989, 2(4): 303–314.
- [31] HORNIK K, STINCHCOMBE M, WHITE H. Multi-layer feedforward networks are universal approxima-

- tors[J]. *Neural Networks*, 1989, 2(5): 359–371.
- [32] LESHNO M, LIN V, PINKUS A, SCHOCKEN S. Multilayer feedforward networks with a nonpolynomial activation function can approximate any function[J]. *Neural Networks*, 1993, 6(6): 861–867.
- [33] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G. ImageNet classification with deep convolutional neural networks[C]//BARTLETT P, PEREIRA F C N, BURGESS C J C, BOTTOU L, WEINBERGER K Q. *Advances in Neural Information Processing Systems* 25. Red Hook, NY: Curran Associates Inc, 2012: 1 097–1 105.
- [34] RAMACHANDRAN P, ZOPH B, LE Q V. Searching for activation functions[EB/OL]. [2017-10-27]. <https://arxiv.org/abs/1710.05941>.
- [35] SHIN Y, DARBON J, KARNIADAKIS G E. On the convergence of physics-informed neural networks for linear second-order elliptic and parabolic type PDEs[J]. *Communications in Computational Physics*, 2020, 28(5): 2 052–2 090.
- [36] LAGARIS I, LIKAS A, FOTIADIS D. Artificial neural networks for solving ordinary and partial differential equations[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1998, 9(5): 987–1 000.
- [37] JAGTAP A D, KAWAGUCHI K, KARNIADAKIS G E. Adaptive activation functions accelerate convergence in deep and physics-informed neural networks[J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 404: 109136.
- [38] GRAPATIN T, MATTHES D, SIDOROVA N. A note on the condition number of the neural network Jacobian[EB/OL]. [2020-03-10]. <https://arxiv.org/abs/2003.04564>.
- [39] LEVEQUE R J. *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*[M]. Philadelphia: SIAM, 2007: 121–272.
- [40] HAGHIGHAT E, JUANES R. SciANN: A Keras/TensorFlow wrapper for scientific computations and physics-informed deep learning using artificial neural networks[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 373: 113552.
- [41] WANG S, TENG Y, PERDIKARIS P. Understanding and mitigating gradient pathologies in physics-informed neural networks[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2021, 43(5): A3 055–A3 081.
- [42] KENDALL A, GAL Y, CIPOLLA R. Multi-task learning using uncertainty to weigh losses for scene geometry and semantics[C]//*Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway, NJ: IEEE, 2018: 7 482–7 491.
- [43] WANG S, YU X, PERDIKARIS P. When and why PINNs fail to train: a neural tangent kernel perspective[J]. *Journal of Computational Physics*, 2022, 449: 110768.
- [44] KINGMA D P, BA J. Adam: A method for stochastic optimization[EB/OL]. [2014-12-22]. <https://arxiv.org/abs/1412.6980>.
- [45] ABDEL-RAHMAN H A, AL-AMERI R. Stability analysis of gravity dams under different load combinations[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2018, 18(1): 04017130.
- [46] GOODMAN R E. *Introduction to rock mechanics*[M]. New York: Wiley, 1989:47–200.
- [47] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. *The finite element method*[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000: 1–120.
- [48] BELYTSCHKO T, LIU W K, MORAN B. *Nonlinear finite elements for continua and structures*[M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2000:19–80.
- [49] KARNIADAKIS G E, KEVREKIDIS I G, LU L, et al. Physics-informed machine learning[J]. *Nature Reviews Physics*, 2021, 3(5): 358–371.
- [50] BELLMAN R. *Dynamic programming*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1957:14–60.

(责任编辑: 丁 寒)